Технологическая карта урока

Тема урока: «Интеграл. Геометрический смысл интеграла. Вычисление определённого интеграла по формуле Ньютона-Лейбница»,

УМК: Математика. Алгебра и начала математического анализа; 11 класс, углубленное обучение Мерзляк А.Г., Номировский Д.А., Поляков В.М.; под редакцией Подольского В.Е. Общество с ограниченной ответственностью Издательский центр «ВЕНТАНА-ГРАФ»; Акционерное общество «Издательство «Просвещение»

Место урока по ФОП: 4 и 5 уроки после прохождения тем «Первообразная, основное свойство первообразных» и «Первообразные элементарных функций. Правила нахождения первообразных» и перед темой «Применение интеграла для нахождения площадей плоских фигур»

Цель урока: оперировать понятиями: первообразная и интеграл; понимать геометрический смысл интеграла. Находить первообразные элементарных функций; вычислять интеграл по формуле Ньютона–Лейбница

Планируемые результаты:

Личностные:

- овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира;
- готовностью осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе

Метапредметные:

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями;
- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях;
- проводить самостоятельно доказательства математических утверждений;
- выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;
- структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

Предметные

- Свободно оперировать понятиями: первообразная и интеграл; понимать геометрический и физический смысл интеграла.
- Находить первообразные элементарных функций; вычислять интеграл по формуле Ньютона–Лейбница

Ключевые слова: Первообразная, Интеграл, Криволинейная трапеция, формула Ньютона—Лейбница

Краткое описание: Урок освоения новых знаний по теме. Формирование представления о криволинейной трапеции, площади криволинейной трапеции, определенного интеграла. На уроке используется мультимедийное оборудование, презентация

Дидактическая структура урока	**Деятельность учителя**	**Формы организации учебной деятельности**	**Содержание учебной деятельности**	**Планируемые результаты**		
				Личностные	Метапредметные	Предметные
Мотивационный этап	Вступительное слово. Формулировка цели урока учителем или детьми и способы фиксации цели урока. (Приложение 1)	Фронтальная работа	Беседа	Мотивация к учебной деятельности.	Самостоятельно прогнозировать деятельность, умение настраиваться на занятие.	Сформировать представления детей о том, что нового они узнают уроке, чему научатся.
Этап актуализации знаний и целеполагания	Актуализация определенного опыта, создание ситуации, при которой возникает необходимость получения новых знаний и воспроизведения системы опорных понятий или ранее усвоенных способов действий, достаточных для восприятия нового материала школьниками. (Приложение 2)	Групповая и фронтальная работа, исследование	Беседа, демонстрация примеров использования интеграла в разных сферах. Самостоятельный анализ ситуации, выявление противоречивых моментов, отделение известного от неизвестного.	Самостоятельно организовывать учебное взаимодействие в группе (определять общие цели, договариваться друг с другом и т.д.); уметь слушать и вступать в диалог.	Анализировать, сравнивать, классифицировать и обобщать факты и явления	Находить первообразную функции
Этап изучения нового материала	Учитель комментирует определение и просит обучающихся оформить его в тетрадь. Вводится понятие Определенного интеграла. Вводится теорема о площади криволинейной трапеции. (Приложение 3)	Фронтальная работа Обучающие выполняют задания в тетрадях затем проверка.	Сформировать умение применять теоретические положения, формирование умений работать по образцу. Первичное закрепление теоретических знаний для нахождения площади	Формирование представления о криволинейной трапеции, площади криволинейной трапеции, определенного интеграла.	Выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями.	Определение криволинейной трапеции; Находить площадь криволинейной фигуры с помощью формулы Ньютона Лейбница; вычислять

			криволинейной трапеции, применяя формулу.			интеграл.
Этап самоконтроля	Применение теоретических положений в условиях выполнения упражнений и решения задач. (Приложение 4)	Групповая, самостоятельная и фронтальная работа	Первичное закрепление теоретических знаний для нахождения площади криволинейной трапеции, применяя формулу. Мини-тест по усвоенному материалу из трёх теоретических вопросов. Самопроверка.	Формировать умение применять теоретические положения, формирование умений работать по образцу.	Выдвигать версии решения проблемы, осознавать конечный результат, выбирать средства достижения цели из предложенных или их искать самостоятельно; подбирать к каждой проблеме (задаче) адекватную ей теоретическую модель.	Вычисление площади криволинейной трапеции с помощью интеграла
Этап рефлексии учебной деятельности	*Одним предложением, выбирая начало фразы из предложенного списка, подведите итог нашего урока.* *сегодня я узнал…* *было интересно…* *было трудно…* *я выполнял задания…* *я понял, что…* *теперь я могу…* *я почувствовал, что…* *я приобрел…* (Приложение 5)	Фронтальная работа	Формирование личной ответственности за результаты деятельности на уроке.	Самостоятельно организовывать учебное взаимодействие в группе (определять общие цели, договариваться друг с другом и т.д.); уметь слушать и вступать в диалог.	Классифицировать и обобщать факты и явления; строить логически обоснованное рассуждение, включающее установление причинно-следственных связей.	Вычисление площади криволинейной трапеции с помощью интеграла

Приложение 1

БЛОК 1. Вхождение в тему урока и создание условий для осознанного восприятия нового материала
Этап 1.1. Мотивирование на учебную деятельность
Мотивация к учебной деятельности. Сформировать представления детей о том, что нового они узнают уроке, чему научатся.
Фронтальная работа: беседа. *Элементы математического анализа занимают значительное место в области математики. Язык производной и интеграла позволяет строго формулировать многие законы природы. В курсе математики с помощью дифференциального и интегрального исчислений исследуются свойства функций, строятся их графики, решаются задачи на наибольшее и наименьшее значения, вычисляются длины, площади и объемы геометрических фигур. Однако возможности методов математического анализа такими задачами не исчерпывается.* *(Слайд 1)*

Приложение 2

Этап 1.2. Актуализация опорных знаний
Актуализация определенного опыта, создание ситуации, при которой возникает необходимость получения новых знаний и воспроизведения системы опорных понятий или ранее усвоенных способов действий, достаточных для восприятия нового материала школьниками. Фронтальная работа: беседа, демонстрация примеров использования интеграла в разных сферах *В физике интеграл используют для вычисления работы переменной силы, пути, пройденный телом, нахождения давление жидкости на вертикальную пластинку, вычисление статических моментов и координат центра тяжести плоской кривой; в биологии - для нахождения численности популяций, биомассы популяций, средней длины пролета птиц. Широко применение определенного интеграла для решения различных экономических задач. Приведенные примеры далеко не исчерпывают возможных приложений определенного интеграла. Можно привести еще массу примеров применения определенного интеграла. (Слайд 2)*

Этап 1.3. Целеполагание

Формулировка цели урока учителем или детьми и способы фиксации цели урока. Приемы обучения, демонстрирующие несформированность УУД (универсальных учебных действий), недостаточность имеющихся знаний. Самостоятельный анализ ситуации, выявление противоречивых моментов, отделение известного от неизвестного

Групповая и фронтальная работа, исследование

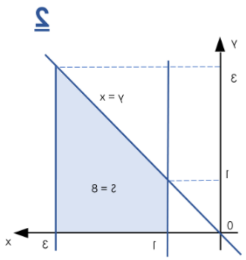
Определенный интеграл – это число, обозначающее площадь части фигуры. Значение аргумента ограничены промежутком a≤x≤b.

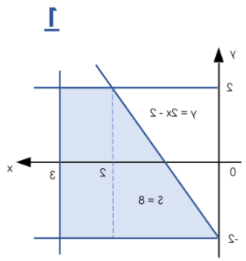
Предлагаю вам найти площади фигур, ограниченных следующими линиями.

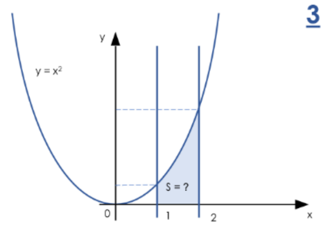
Работу организуем по группам, первая группа решат первую задачу, вторая – вторую. Третью задачу мы решим вместе.

Учащиеся приступают к построению графиков. После выполнения – проверяем решения.

Третью задачу выполняем все вместе, затем по гиперссылке переходим на готовый график. (Слайд 3,4,5)



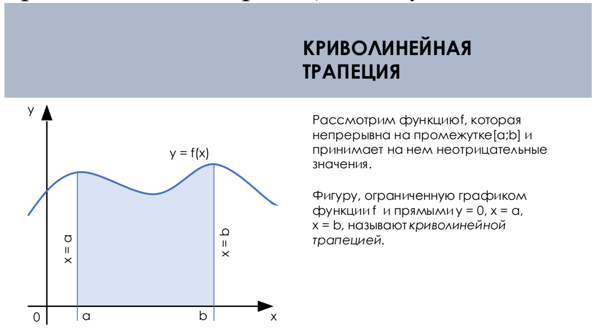


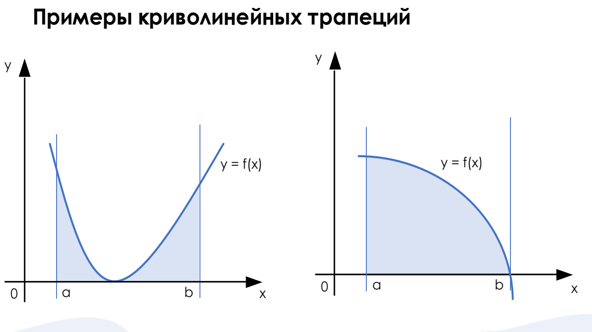


Приложение 3

БЛОК 2. Освоение нового материала
Этап 2.1. Осуществление учебных действий по освоению нового материала
Формирование представления о криволинейной трапеции, площади криволинейной трапеции, определенного интеграла.

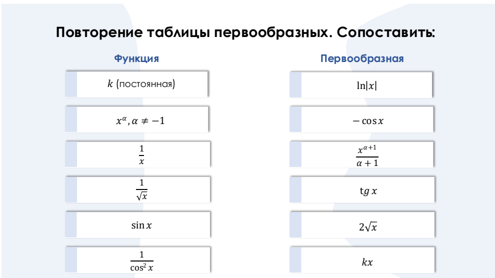
Учитель комментирует определение и просит обучающихся оформить его в тетрадь. Криволинейные трапеции могут принимать различный вид (Слайд 6,7)





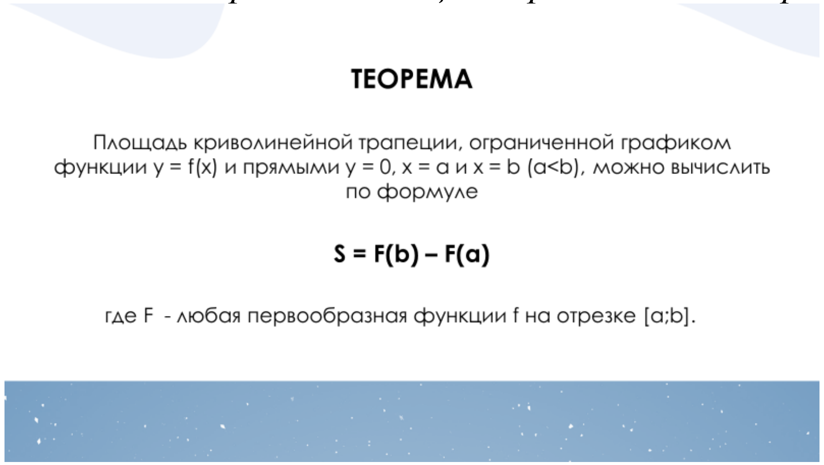
Этап 2.2. Проверка первичного усвоения
Сформировать умение применять теоретические положения, формирование умений работать по образцу. Первичное закрепление теоретических знаний для нахождения площади криволинейной трапеции, применяя формулу.

Для дальнейшего изучения темы нам понадобится ранее изученный материал. Необходимо повторить определение первообразной и основные правила. Задание: сопоставить функцию и её первообразную. (Слайд 8,9)

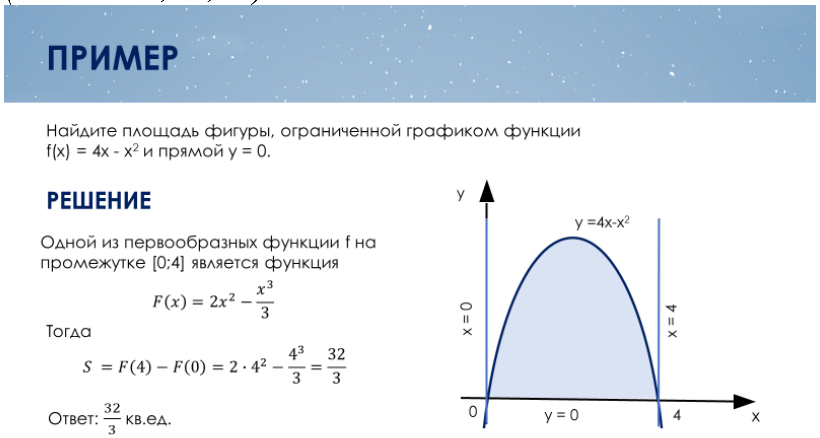


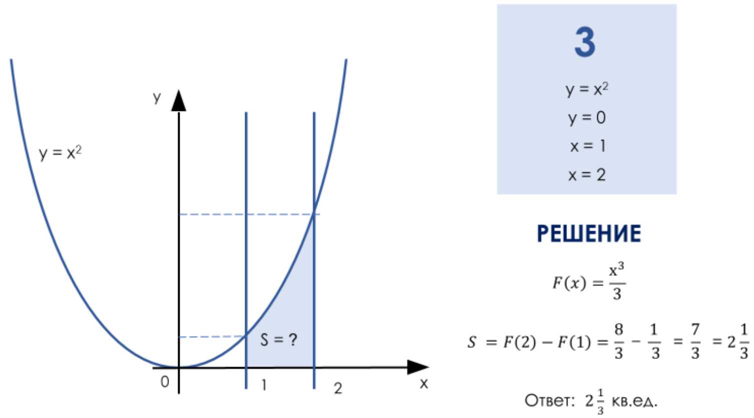
Обучающие выполняют задания в тетрадях затем проверка.

Вводится теорема о площади криволинейной трапеции.



Применение формулы на примере. Возвращение к задаче, которую мы не смогли решить в начале урока. (Слайд 10,11,12)





Вводится понятие Определенного интеграла.

ОПРЕДЕЛЕНЫЙ ИНТЕГРАЛ

Пусть – первообразная функции f на промежутке I, числа a и b, где a < b, принадлежат промежутку I. Разность F(b) – F(a) называют *определенным интегралом* функции f на отрезке [a;b]

$$\int_a^b f(x)dx = \mathrm{F(b)} - \mathrm{F(a)}$$

где F – произвольная первообразная функции f на промежуткеI

Исаак Ньютон

Формула Ньютона-Лейбница

$$\int_a^b f(x)dx = \mathbf{F(b)} - \mathbf{F(a)}$$

Г. В. Лейбниц

Значение разности F(b) – F(a) не зависит от того, какую из первообразных функций f выбрали. Действительно, каждую первообразную G функции f на промежутке I можно представить в виде G(x) = F(x) + C, где C - некоторая постоянная. Тогда G(b) – G(a) = (F(b) + C) – (F(a) + C) = F(b) – F(a). Равенство называют формулой Ньютона-Лейбница.

История открытия этой формулы очень увлекательная и длинная, но кратко можно сказать, что над открытием формулы одновременно и независимо друг от друга работали два выдающихся ученых 17 века — Исаак Ньютон и Готфрид Лейбниц. Потребовалось еще более 100 лет и усилия целого ряда ученых, чтобы формула Ньютона — Лейбница по своей терминологии и символике приняла современный вид. (Слайд 13,14)

Для вычисления определенного интеграла $\int_a^b f(x)dx$ по формуле Ньютона-Лейбница необходимо:

1. Найти любую первообразную F функции f на промежутке [a;b]
2. Вычислить значение первообразной F в точках x = b и x = a
3. Найти разность F(b) – F(a)

При вычислении определенного интеграла разность F(b) – F(a) обозначают

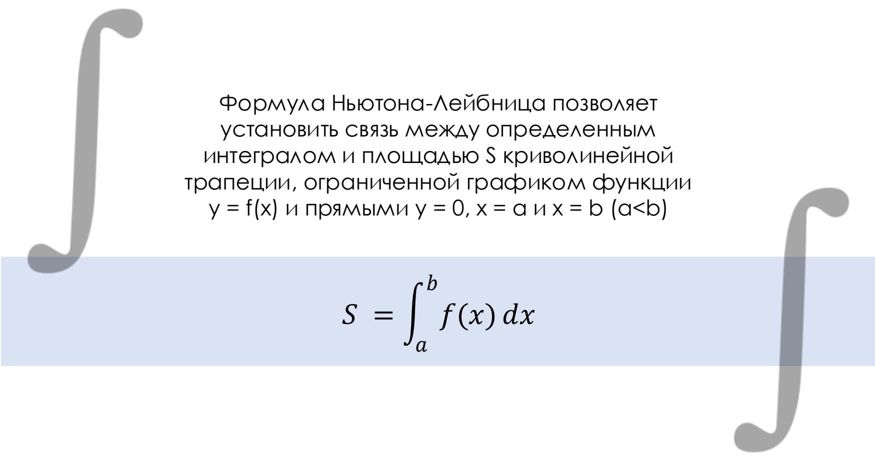
$$F(x)\Big|_a^b$$

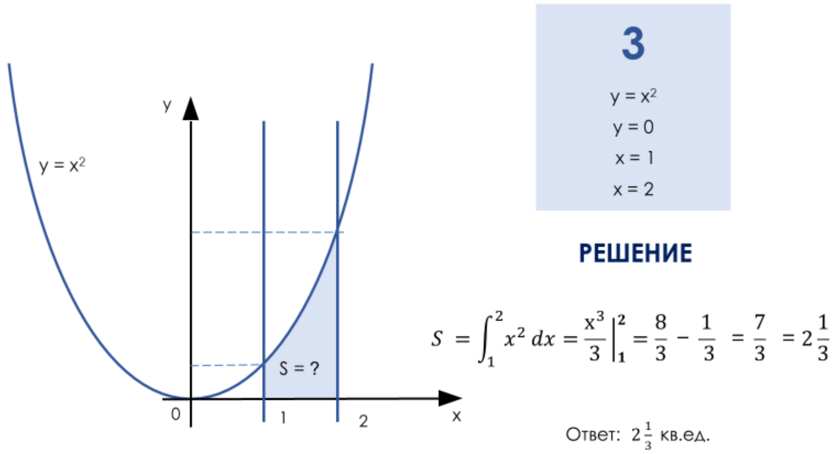
БЛОК 3. Применение изученного материала и самоконтроль

Этап 3.1. Применение знаний, в том числе в новых ситуациях

Применение теоретических положений в условиях выполнения упражнений и решения задач. На этом этапе необходимо формировать умение применять теоретические положения, формирование умений работать по образцу. Первичное закрепление теоретических знаний для нахождения площади криволинейной трапеции, применяя формулу.

Лейбниц ввел и привычную для нас символику $\int$ *- интеграл (это обозначение введено учеником Лейбница И. Бернулли, с согласия Лейбница). (Слайд 15,16)*





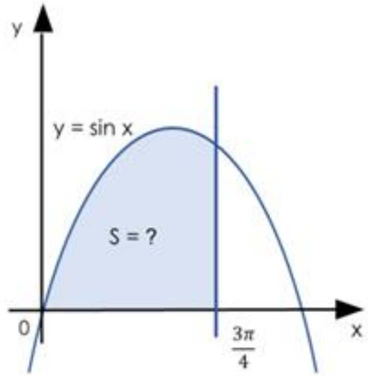
Опять вернемся к задаче номер 3 с начала урока. Решим её теперь с помощью определенного интеграла и формулы Ньютона-Лейбница.

Этап 3.2. Выполнение межпредметных заданий и заданий из реальной жизни

Вычисляют площади фигур с помощью формулы Ньютона-Лейбница. (Слайд 17)

ПРИМЕР

Найдите площадь заштрихованной фигуры



РЕШЕНИЕ

$$S=\int_0^{\frac{3\pi}{4}}\sin x\,dx=-\cos\frac{3\pi}{4}+\cos 0=$$

$$=-\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+1=\frac{2+\sqrt{2}}{2}$$

Ответ: $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ кв.ед.

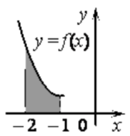
Этап 3.3. Выполнение заданий в формате ГИА (ОГЭ, ЕГЭ)

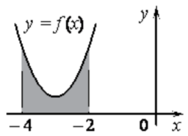
Вычисляют площади фигур с помощью формулы Ньютона-Лейбница. (Слайд 18)

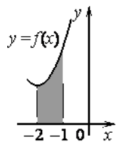
Задание На рисунке изображён график некоторой функции $y=f(x)$. Функция $F(x)$ – одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры:

1) $F(x)=\frac{1}{2}x^3+\frac{3}{2}x^2+2x+6$

3) $F(x)=\frac{1}{2}x^3+3x^2+\frac{15}{2}x+\frac{7}{2}$







2) $F(x)=\frac{1}{2}x^3+\frac{9}{2}x^2+14x+8$

Этап 3.4. Развитие функциональной грамотности

Решить задачу: Найти силу давления Р воды, полностью наполняющей аквариум, на одну из его вертикальных стенок, размеры которой а и в.

Этап 3.5. Систематизация знаний и умений
Решить задачи: 1. К движущейся по прямой точке приложена направленная вдоль этой прямой сила $f=2x-1$, где x – координата движущейся точки. Вычислите работу силы F по перемещению точки от 0 до 3. *2. Тело движется прямолинейно со скоростью $V(t)= 3t^2-2t+1$ (м/сек). Найти путь, пройденный телом за первые пять секунд.*

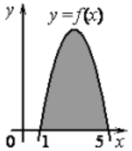
Приложение 5

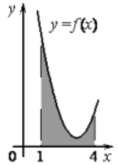
БЛОК 4. Подведение итогов, домашнее задание
Этап 4.1. Рефлексия
Сформировать личную ответственность за результаты деятельности на уроке. *Одним предложением, выбирая начало фразы из предложенного списка, подведите итог нашего урока.* *сегодня я узнал…* *было интересно…* *было трудно…* *я выполнял задания…* *я понял, что…* *теперь я могу…* *я почувствовал, что…* *я приобрел…*
Этап 4.2. Домашнее задание
Рекомендации по домашнему заданию.
Изучение учебного материала в изложении автора учебника, выполнение заданий формата ЕГЭ.

Задание 72. На рисунке изображён график некоторой функции $y=f(x)$. Функция $F(x)$ – одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры:

1) $F(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{9}{2}x^2+15x-5$

5) $F(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{9}{2}x^2+14x-10$

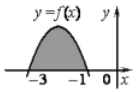


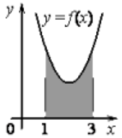


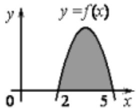
3) $F(x)=-\frac{1}{2}x^3+\frac{9}{2}x^2-\frac{15}{2}x-1$

2) $F(x)=-\frac{1}{2}x^3-3x^2-\frac{9}{2}x+3$

6) $F(x)=-\frac{1}{2}x^3+\frac{21}{4}x^2-15x-4$







4) $F(x)=\frac{1}{2}x^3-3x^2+\frac{15}{2}x-\frac{9}{2}$